LOGISTICA

Desde que Morgan publicó su "Cálculo de la inferencia necesaria y probable", (1) hasta los más recientes trabajos de Peano, Russell e Hilbert, se ha constituído sobre la base de la Lógica aristotélica, un gigantesco edificio de razonamientos deductivos, organizados bajo la forma típica de las Matemáticas. ¿Sus cimientos, son sólidos? ¿Existe armonía en sus partes? ¿Es útil, sea para la invención, sea para la demostración, en las ciencias? En una palabra, ¿representa una verdadera adquisición científica, y un progreso sobre la obra del gran filósofo griego? Procuraremos en lo que sigue indicar los aspectos más importantes de este movimiento de reformas que se ha llamado Logística o Lógica Matemática; y a la vez, los puntos en que ha sido más duramente atacado por la crítica.

I

En la Logística está latente una tendencia del espíritu que es muy anterior a su sistematización actual. Conviene referirse a ella, pues es la que le da fuerza y significado filosóficos.

Todo acto cognoscitivo deriva de la experiencia o tiene alguna relación con la misma. Existe, así, un *contacto* entre el ser pensante y lo que no es él, qua da al conocimiento, a la vez, base y aplicación. Esos *data* intuitivos, son elaborados por la

(1) Data del año 1847. Véase Stuart Mill — Systeme de Logique — p. 192|3, tomo 1. Trad. de Louis Peisse. Alcan, 1896.

De Morgan escribió además: On the Syllogism, en la revista Transactions of the Phil. Society of Cambrigde.

mente, y constituídos en ciencia, después de penosos esfuerzos. Si sometemos a examen la línea del progreso científico, notaremos que en su primera fase, tanto para el indivíduo como para la especie, las intuiciones sensibles y los procesos mentales se suceden sin mayor orden, como si la casualidad influyera en esa caprichosa serie. Pero llega un momento en que el hombre es capaz de controlar, dirigir y utilizar sus actos, crea el método, es decir, busca el camino mejor para organizar sus conocimientos. Exigencias mentales, razones de economía y hasta preocupaciones estéticas, le obligan a inventariar su labor y a disponer sus partes según un plan determinado. Surgen, entonces, mil preguntas, en las cuáles el cerebro habla no sólo por sí mismo, sino también interpretando esa "gran razón" que es el indivíduo en toda su complejidad. Una de ellas, la que nos interesa para caracterizar la base psicológica de la tendencia logística, es ésta: ¿en qué forma debe resolver el hombre la proporción entre su experiencia sensorial y su facultad de razonar sobre la misma?, ¿debe renovar constantemente sus contactos con la naturaleza, llevarla, por decirlo así, a la tortura, o, más bien, conceder un papel preponderante a la razón y edificar la ciencia con un limitado número de datos fundamentales? No queremos insistir sobre los argumentos que se invoca en uno u otro sentido, ni tampoco analizar en cuáles ciencias es más fuerte una de estas tendencias generales. Lo indudable es que existen y que su momento crítico fué el instante en que los padres de la ciencia moderna metodizaron la observación y la experimentación. La diversidad de criterio entre Galileo y Descartes, y hasta cierto punto, su antipatía natural, expresan una oposición constantemente repetida en la historia de la ciencia: frente al método experimental-inductivo de Bacón y Galileo, el lógico-matemático de Descartes y Leibnitz.

Pues bien, en esta oposición, la tendencia logística está netamente dibujada: Leibnitz, su precursor, era matemático, y matemáticos son casi todos los que siguieron sus inspiraciones: Boole, Schroder, Russell, etc. Aun más, muchos de los postulados propios de la Geometría, de las Matemáticas en general y también de la Lógica, que ordinariamente se consideraban derivados de la experiencia o de una facultad no analítica de la mente (2), no son, para la Logística, sino "formas enmascaradas de definición", con un valor convencional más que intuitivo. El sueño de los logistas, en lo que se refiere, por ejemplo, a las matemáticas, es crear, en toda la extensión de la palabra, una ciencia *sin ningún contenido empírico* (3), completamente racional, que, de hecho, resultaría aplicable para la estimación de la naturaleza, cuando se realizara una intuición exterior a la ciencia matemática.

II

Analicemos, aún más, esta posición. La Logística se denomina también Lógica Matemática (4). En la unión de estas dos ciencias debemos encontrar uno de sus rasgos característicos. Estudiando el desenvolvimiento histórico de una y otra, se observa que hasta mediados del siglo pasado, siguieron caminos completamente diversos. Mientras las Matemáticas se enriquecían extraordinariamente, sin dar mucha importancia a la armonía y precisión de sus materiales, la Lógica clásica, que establece como forma única de demostración mediata el silogismo y sus combinaciones, daba, en cambio, forma perfecta a su contenido, sobre todo por los esfuerzos de la Esco-

---

(2) Entre los postulados que se consideraban como una derivación de la experiencia, está el famoso de Euclides, que hoy se está de acuerdo en considerar como una definición de paralelismo. Véase Hadamart: Traité de Geometrie, vol. 1, apéndice.

Entre los de la otra categoría está el que da valor a los razonamientos por recurrencia, y sobre el cual hablamos en distintas partes del texto.

(3) Para Russell, en sus diversas obras, las Matemáticas son una ciencia en la que jamás se sabe de qué se trata ni si aquello que se dice es verdadero. Esta paradoja equivale a decir que las Matemáticas estudian proposiciones hipotéticas de la forma: p. implica q. Véase Couturat: Les principes des mathématiques. Alcan 1905.

(4) En el formulario de Peano, que es como el Código de la Logística se denomina ésta, Lógica matemática. Así también se titula un manual (ed. Hoepli) escrito por Burali Forti y que a menudo citaremos.

lástica, cuya lucidez formal nadie puede negar (5). Pero esto no implicaba nada nuevo; la relación silogística de continente a contenido reinó sola en la Lógica deductiva, obscurecida por los progresos de la inducción.

El siglo pasado corrigió la una y la otra en las deficiencias de que adolecían: dió más contenido a la Lógica Formal, y más perfección a las Matemáticas. Ello resultó de un análisis prolijo de los siguientes puntos:

1º) En el lenguaje humano, según puede verse en los idiomas bien constituídos, las palabras y los conjuntos de palabras se relacionan en grupos fijos, mediante signos fonéticos o gráficos, especiales (desinencias, preposiciones, conjunciones, etc.). Existe, así, una síntaxis de los términos y de las proposiciones, que la Lógica debe considerar atentamente, pues es sabido que el lenguaje, no es sólo expresión del pensamiento, sino su condición, su causa. Relaciones como las que expresan los signos *ni, o, si, y, que,* etc., corresponden no sólo a la Linguística sino también a la Lógica, que debe tener un sistema de símbolos de significado preciso, para sustituir aquellos.

Fundamental es, además, en este análisis del lenguaje, haber encontrado que la síntaxis de las proposiciones no tiene, en la Lógica tradicional, el lugar que le corresponde. En el silogismo clásico: "Todos los hombres son mortales, Sócrates, etc.", se correlacionan términos (hombres, Sócrates, mortales) y no proposiciones. En cambio, en la deducción matemática, la relación silogística se refiere conjuntamente a proposiciones y a términos; es decir, se tiene silogismos de términos incluídos en silogismos de proposiciones. "Si de la proposición A se deduce la B, y de ésta la C, admitido que A es verdadera, lo será también C". He aquí un silogismo de proposiciones. Claro es que para dar validez a cada una de las proposiciones A, B, ellas podrán ser obtenidas por un silogismo de términos.

---

(5) Stuart Mill, que no es muy partidario de la inferencia deductiva, antes de iniciar el estudio de los términos, cita dos opiniones, de Condorcet y de Hamilton, demostrativas del punto en que la Escolástica ha tenido un valor real para los progresos del espíritu. Op. cit. Libro 1, vol. 1.

2º) Al estudiar la metodología de las matemáticas se encontró (o se creyó encontrar) que todas las proposiciones de esas ciencias pueden derivarse deductivamente de otras, básicas, (axiomas y definiciones), de tal modo que la validez de aquéllas es una consecuencia de la de éstas. Considerando, pues, los axiomas como hipotéticos, como simples posibilidades, las proposiciones derivadas no serán ni verdaderas ni falsas. La forma categórica de la inferencia podrá reducirse a la hipotética: en lugar de decir "A es cierto, luego B es cierto", se dirá "si A es cierto, B es cierto".

3º) Existen implícitos, tanto en Lógica como en Matemáticas, diversos axiomas cuya absoluta evidencia hace que ni siquiera sean formulados; otros, en cambio, no son indemostrables, sino que por un defecto de análisis, se consideraron como simples; existen, en fin, nociones confusas, y definiciones inútiles o tautológicas. Tendiendo al *rigor* o sea a la absoluta consecuencia lógica unida a la economía mayor de conceptos y palabras, se corrigieron aquellos defectos u omisiones de que está llena la gran tradición matemática hasta Lagrange, Cauchy, Legendre, etc.

4º) El concepto de la atribución en Aristóteles concedía una importancia capital a la comprensión. Decir "Sócrates es mortal" significaba asignar a Sócrates el atributo *mortalidad*. Desde Hamilton (6), diversos autores asignan a proposiciones de esta especie un significado lógico distinto. Los seres que como Sócrates gozan del atributo *mortalidad* constituyen *una clase,* es decir, un conjunto de individuos, con uno o más caracteres comunes (en este caso, uno). Aquella proposición puede pues, interpretarse así: "Sócrates es un individuo de la clase *mortales*". Es decir, que la *atribución* se ha convertido en la *inclusión*. Tratándose de proposiciones como la que hemos citado parece más correcto el punto de vista aristotélico, y forzada, en su sentido psicológico, la interpretación hamiltoniana. Pero, en Matemáticas, no es así. La expresión sintética "$\sqrt{2}$ es irracional" equivale a decir "$\sqrt{2}$ es un número irracional", o también "$\sqrt{2}$ es un individuo de

(6) Hamilton: "Nueva analítica de las formas Lógicas" es autor de la teoría de la cuantificación del predicado: decir "todo A es B" es una forma sintética de esta otra: "todo A es algún B", etc.

la clase *números irracionales* ($\sqrt{2}, \sqrt{3} \ldots \sqrt{n} \ldots$)". La Logística se coloca en este punto de vista de la *extensión* o *inclusión*.

No sólo estas consideraciones han aproximado las dos ciencias. Veremos, después, que la Logística emplea signos para expresar las relaciones lógicas, y que algunos de ellos —los más importantes—gozan de propiedades comunes con $+, \times$ empleados en Aritmética. En el hecho de que una y otra ciencia disponen de signos para expresar relaciones comunes a las dos (o muy afines) y que tales signos son susceptibles de combinarse en igual forma, debe hallarse otro motivo importante de correlación en el estudio de ambas ciencias.

III

Si tanto la Lógica como las Matemáticas tienen un dominio propio, y si pueden ser consideradas, sin embargo, conjuntamente, natural es preguntarse cuál es el sentido de esta vinculación: ¿Es posterior la Matemática? ¿La Lógica de la cantidad es un capítulo de la Lógica de la calidad? ¿O, por el contrario, el edificio lógico *supone* ciertos conceptos aritméticos? No aceptando ninguna de estas dos hipótesis ¿no sería verdadero admitir un terreno común previo del cual divergerían en un sentido, la Lógica, y en el otro, las Matemáticas? Comentando estas tres posiciones nos haremos una idea más clara de las preocupaciones y finalidades de la Logística. Como quiera que sobre este punto fundamental no existe en los autores una opinión común, apresurémosnos a establecer que cada día se abren nuevos interrogantes, lo que hace de la Logística más que un cuerpo de doctrinas, una tendencia cuya base psicológica ya hemos indicado.

Considerar las Matemáticas como una promoción de la Lógica constituye la opinión que podríamos llamar ortodoxa. La sigue B. Russell en su obra fundamental (7), y lo mismo Peano y Couturat. Estos autores encaminan, pues, sus esfuerzos, a reducir las nociones de número, bases del edificio mate-

---

(7) The principles of Mathematics. Cambridge. Universcty Press, 1903; Russell ha escrito otras obras más en diversas revistas. Véase Nota (18).

mático (8) a nociones fundamentales de Lógica. Pero han fracasado y parece ser que este fracaso es inevitable. En efecto, si con las letras *a* y *b* designamos proposiciones, el tipo de razonamiento lógico será "de *a* se deduce *b*". En el acto mental que significa esta deducción resulta necesario disponer anteriormente del significado de *dos*; en otros términos, comparar *dos* proposiciones, derivar una proposición de otra implica discernir el *dos*, pues es este discernimiento la única guía que tenemos para comparar *a* con *b* únicamente, y no *a* con *b* y *c*, etc. (9).

Dice Hilbert: "En los principios lógicos, tales como se tiene la costumbre de presentarlos, se hallan implícitas ya ciertas nociones aritméticas, la noción de conjunto, y en cierta medida, la noción de número. Así..., para evitar toda paradoja, me parece necesario desarrollar simultáneamente, los principios de la Lógica y los de la Aritmética..." (10). Aceptar esta inclusión de tales nociones aritméticas como un indicio de que ellas son anteriores a los principios lógicos, constituye una posición opuesta a la anterior. En ella están los primeros logistas, principalmente Boole (11).

Hilbert, no aceptando este hecho como necesario sino sólo como resultado de un método erróneo, preconiza, según acabamos de ver, el estudio simultáneo de las dos ciencias. En este orden de investigaciones ha escrito obras profundas y llenas de originalidad, pero, de hecho, no ha podido evitar el hacer uso de la noción de número, según lo demuestra Poincaré en el análisis que le dedica en su obra "El valor de la Ciencia".

Así, la correlación indiscutible entre Lógica y Matemáticas aún no ha podido llegar a ser definida.

---

(8) "En análisis no existe ya nada más que números enteros, o sistemas finitos o infinitos de números enteros, conexionados por una red de igualdades y desigualdades. Poincaré: El Valor de la Ciencia. p: 128, ed. española.

(9) Este argumento en su línea general, pertenece a Poincaré — op. cit.

(10) Véase también Poincaré, op. cit.

(11) "... sostiene (Boole) que las leyes últimas de la Lógica son matemáticas en su forma, que ellas son, excepto en un punto, idénticas a las leyes generales del número". Bain, Logique, trad. de Compayré. Vol. 1, p. 277.

IV

Las primeras tentativas para establecer una notación referente a las operaciones lógicas, corresponden a Leibnitz (12). Desde su primer trabajo "de Arte combinatoria" hasta sus últimas cartas filosóficas mantuvo siempre el deseo (que en parte realizó) de construir una especie de repertorio de todas las ciencias, que tuviera los caracteres de una escritura universal, en la cual los términos serían sometidos a cálculo (13). Exceptuando algún continuador inmediato, la formulación lógica recién se reanuda a mediados del siglo pasado con Boole (14), de Morgan (15), Schroder (16), Mac Call (17). Peano, en su obra "Arithmetices principia nova methodo exposita" dió forma científica al simbolismo lógico, y lo aplicó a poner en fórmulas toda la teoría de los números enteros. Bertrand Russell perfeccionó considerablemente esos resultados (18). Burali-Forti, Paoda, Pieri, etc., han contribuído a los progre-

---

(12) Véase "La Logique de Leibnitz" por Couturat. Los fragmentos más característicos pueden verse en Peano, Formulaire de Mathématiques. París, 1901.

(13) "...une manière de Langue ou d'Ecriture universelle, mais infiniment différente de toutes celles qu'on a projetés jusqu'ici; **car les caractéres, et les paroles mêmes, y dirigeroient la Raison;** et les erreurs excepte celles de fait, n'y seroient que des erreurs de calcul...". Leibnitz, Fragmenta philosophica. Véase Peano, op. cit., p. IV.

(14) La notación de Boole (The laws of thought, 1854) es algébrica. Véase detalles sobre la misma en Bain, op., cit., págs 277|300. vol. 1.

(15) "De Morgan no solamente emplea términos nuevos sino también un formidable conjunto de símbolos análogos a los del Algebra" Morgan ha estudiado una forma de deducción válida que no está en los tratados ordinarios "Si la mayor parte de B son C, y la mayor parte de B son A, puede concluirse: algunos A son C". Véase Stuart Mill; op. cit., notas al Silogismo.

(16) "Algebra der Logik". En esta obra (que no conocemos) hay una copiosa bibliografía.

(17) "The calculus of equivalent statements".

(18) "Recent works on the principles of Mathematics". "Sur la logique des relations, avec des of applications a la thèorie des séries, etc., etc.

sos técnicos de la Logista, sea en el Formulario (19), sea en la "Rivista di Matematiche". Couturat en Francia ha escrito obras profundas sobre esta materia, así como sobre la adopción de una lengua universal (20).

Antes de entrar a describir el sistema de símbolos lógicos actualmente usados, creemos necesario indicar ciertas condiciones necesarias que deben llenar, en general, los símbolos, para que su uso sea verdaderamente útil. Consideremos uno cualquiera de los signos propios de las Matemáticas: por ejemplo, el signo $+$. Para que tenga un valor su adopción, es necesario que se aplique siempre a la misma operación, y viceversa, que cualquier operación de igual naturaleza se exprese por el mismo signo. Debe haber, pues, una correspondencia única entre operación, ente, concepto, etc., y su signo representativo. Esto no es válido únicamente para elementos convenciones como pueden ser $+$, $\times$ $\sqrt{\ }$ (a los cuales se les da por definición (21) un valor). Vale también para las mismas palabras de los idiomas de formación natural; véase sino un ejemplo: el verbo *ser* tiene dos (y, acaso tres) significados; pues bien, en este hecho está el origen de no pocos errores y sofismas (22).

1) La relación lógica fundamental es la que se expresa por la palabra *deducción*: "a $\supset$ b significa: "de *a* se deduce *b*", "si *a* es cierta *b* también lo es", "b es consecuencia de a", "si *b* es falsa, *a* será falsa", etc., etc. $\supset$ es, pues, el signo que expresa la deducción, y equivale a los circunloquios que acabamos de mencionar.

2) Las proposiciones ("proposición es lo que se implica

---

(19) He aquí aparte los citados otros autores que colaboran en esa obra gigantesca: Vailati, Vivanti, Vacca, Fano, etc.

(20) El "Ido". Véase su informe "Sur la structure logique du langage", inserto en el Bulletin de la Societé Française de Philosophie, Febrero de 1912.

(21) Las definiciones de esta clase son las que en Logística se llaman de primera especie, y que corresponden al símbolo x = def. α, que analizamos en el texto.

(22) Véase: St. Mill: Logique, Capítulo VII del Libro V, volumen II: Sofismas por confusión.

a sí mismo" (23)) se representan, en general, con las letras a, b, c.....

3) La afirmación simultánea de a, b, c.... se expresa abc...., y se denomina *producto lógico*. Se escribe también a.b.c....

4) Cuando una de dos proposiciones es verdadera pudiendo serlo también la otra, se emplea el signo υ. **a** υ **b** expresa. así, que una de las dos (o las dos) es (o son) verdadera, **a** υ **b** es una suma lógica.

5) La fórmula x = def. α (las letras no importan en este caso), significa que el signo x tiene el mismo significado que el conjunto de signos α .

6) a = b significa que la proposición *a* es *equivalente* a la *b*, a = b, cuando a $\supset$ b, b $\supset$ a (véase números 1, 2 y 3). Es decir, que se puede escribir: a = b. = def. a $\supset$ **b. b** $\supset$ **a**

7) — a expresa la negación de a: "a no es verdadera". — significa "no es" (expresa la *no inclusión* en una clase). a — = b significa negar a = b, o sea — (a = b) "*a* y *b* no son equivalentes".

8) P indica una proposición demostrable, derivada.
Pp » » » indemostrable, primitiva.

9) Los puntos hacen las veces de paréntesis; la inclusión sucesiva se expresará: ., :, .:, ::, etc. Los paréntesis pueden usarse cuando no se confundan con los de las fórmulas algébricas.

10) El signo Λ significa lo absurdo, la clase nula.

Para aclarar el uso de los signos mencionados analiciemos, por partes, estos ejemplos:

α — (c $\supset$ b). $\supset$. a: $\supset$: c $\supset$ a υ b Significará: "Si no siendo exacto (—) que de c se deduce b (c $\supset$ b), resulta (. $\supset$.) que *a* es verdadero (a), *entonces se tendrá que* (: $\supset$:) si c es cierto (c) *lo será* ($\supset$) ó *a* o *b* o las dos juntas (a υ b).—

(β) Λ $\supset$ a (β) significa que "de lo absurdo puede salir cualquier proposición.

---

(23) Russell; op. cit.: p. =p.

(γ) $a \supset b \vee c . ab = \Lambda : \supset : a \supset c$ "Si siendo a verdadera se deduce que o *b* o *c* (o las dos) es verdadera y si la afirmación simultánea de a y b es absurda, entonces se tiene que de *a* se deduce *c*.— (24).

V

Utilizando los símbolos anteriores procuremos expresar las proposiciones primitivas de la Lógica (Pp), y después algunas otras no primitivas (P) pero que tienen valor por constituir métodos lógicos muy empleados.

Recordemos antes estos dos hechos de la mayor importancia:

1°) Las proposiciones primitivas *son de una absoluta evidencia* pero no es este carácter lo que las hace tales (25) sino el hecho de su mutua independencia y de que combinadas entre sí no conducen a absurdos, es decir, a proposiciones que se contradigan a ellas mismas.

2°) En las ciencias deductivas es posible cambiar el sistema de Pp. El criterio que debe guiar al establecerlo es el económico. Entre dos sistemas que satisfacen la primer condición, *es mejor* el que comprende *menor número* de Pp.

Actualmente tales proposiciones son:

Pp	1	$a \supset a$	
»	2	$a \supset aa$	
»	3	$ab \supset a$	
»	4	$ab \supset ba$	Propiedad conmutativa del producto lógico.
»	5	$abc \supset a(bc)$	Propiedad asociativa del producto lógico.
»	6	$a . a \supset b : \supset : b$	Si en una deducción es verdadera la hipótesis lo será la tesis.
»	7	$a \supset b . \supset ac \supset bc$	Los dos miembros de una deducción se pueden multiplicar por una misma proposición.

(24) La proposición (β) es de Russell, la (γ) de De Morgan.

(25) Véase Couturat; op. cit., cap. I.

»	8	$a \supset b . b \supset c : \supset : a \supset c$	Silogismo.
»	9	$b . \supset . a \supset ab$	
»	10	$-(-a) = a$	Negar que *a* no es verdadera equivale a afirmar *a*.
»	11	$a \supset b . \supset . -b \supset -a$	Si la tesis de una deducción es falsa lo será la hipótesis.

(Llámase hipótesis y tesis a las expresiones que están antes y después del signo de deducción).

Estas once proposiciones expresan, probablemente, los modos de razonamiento irreductibles a formas más simples. Cualquier otra proposición puede ser obtenida *por cálculo* combinando aquellas y formulando las definiciones pertinentes.

Los procedimientos de transformación y combinación de las Pp, no son fáciles, acaso por la falta absoluta de hábito en el manejo de fórmulas que son sumamente complejas.

Atendiendo a estas dos advertencias se simplifican los cálculos:

1) Una deducción o un conjunto de deducciones, un producto lógico o una suma constituyen también una proposición. Por ej.: $ab \supset ba$ es una proposición; $a \cup b \cup c$ es también una proposición.

2) Las letras que figuran en las once fórmulas mencionadas tienen carácter universal, y pueden, por consiguiente, ser substituídas por cualquier proposición verdadera. "Si A es una proposición formada con las proposiciones a, b, c..., con el signo $\begin{pmatrix} a' & b' & c' \\ a & b & c \end{pmatrix}$ A indicaremos aquello en que se convierte A cuando en lugar de a, b y c,.... ponemos a', b', c'.... Así, por ejemplo, el signo $\begin{pmatrix} ab \\ a \end{pmatrix}$ Pp 1 es idéntico al signo $ab \supset ab$, que se obtiene, precisamente, sustituyendo a *a* la afirmación simultánea ab" (26).

Supongamos que se quiera demostrar esta proposición: $ba \supset ab$. Sabemos ya que $ab \supset ba$ (Pp 4). Puesto que en esta expresión *a* y *b* son valores cualesquiera podemos substituir en lugar de a, b y en lugar de b, a; entonces tendremos:

(26) Burali Forti. "Lógica Matemática". Pag. 14.

$\left(\begin{matrix} b & a \\ a & b \end{matrix}\right)$ Pp4 . c . ba $\supset$ ab, es decir, que sustituyendo en la Pp4 valores convenientes se deduce la proposición pedida.

Procuremos demostrar

(x) $a \supset b.\ b \supset c.\ c \supset d :\supset: a \supset c.\ c \supset d$ proposición impor-portante, de la cual se deduce el conocido razonamiento llamado *sorite.*

La hipótesis de esta deducción es $a \supset b.\ b \supset c.\ c \supset d.$ (1) Es una P verdadera.

La tesis de esta deducción es $a \supset c.\ c \supset d.$ (2)

Recordemos el silogismo: $a \supset b.\ b \supset c : \supset : a \supset c$ (α) y la Pp7: $a \supset b.\ ac \supset bc.$ Si en esta proposición sustituímos en lugar de *a,* $a \supset b . b \supset c$ (que es verdadera porque lo es la hipótesis (1)), en lugar de b, a $\supset$ c (verdadera como tesis del silogismo α) y en lugar de c, c $\supset$ d (que es verdadera porque lo es la (1)), tendremos:

$$a \supset b . b \supset c :\supset: a \supset c \therefore \supset \therefore a \supset b . b \supset c.\ c \supset d :\supset: a \supset c.\ c \supset d \qquad (\beta)$$

$$\underbrace{\qquad}_{a} .\supset. \underbrace{\quad}_{b} : \supset : \underbrace{\qquad}_{a} \underbrace{\quad}_{c} .\supset. \underbrace{\quad}_{b} \underbrace{\quad}_{c} \qquad (\gamma)$$

(La proposición γ es la Pp7 que hemos hecho corresponder con la (x) para que se vea cómo se han hecho las sustituciones).

La Hipótesis de la (β) es un silogismo, es decir, una proposición verdadera. La tesis es la proposición (x) que se busca. Se tendrá: Silogismo $\supset$ x, y puesto que el silogismo es una proposición verdadera, lo será también la (x). q.e.l.q.q.d.

Siguiendo laboriosos cálculos análogos a los que acabamos de realizar es posible llegar a demostrar todos los métodos lógicos utilizados en las ciencias deductivas. Para los detalles de esta especie de álgebra de la cualidad, enviamos al lector a las diversas obras que citamos.

VI

Para algunos autores, la Logística, aparte ciertos perfeccionamientos formales en las ciencias deductivas, carece de valor científico como medio de invención, como instrumento demostrativo. Insistiremos principalmente sobre las críticas agudas y a la vez profundas, de Enrique Poincaré.

El argumento central que opone a la Logística deriva de uno de los conceptos más controvertidos de Kant. Para este filósofo todas las proposiciones matemáticas son juicios sintéticos a priori; para Leibnitz, en cambio, como para la actual escuela logística, son juicios analíticos, es decir, puramente lógicos.

"Muchos geómetros creen — dice Poincaré — que se pueden reducir las matemáticas a las reglas de la lógica formal. Se han hecho esfuerzos inauditos en este sentido, y para concebirlo no ha habido temor de invertir el orden histórico de la génesis de nuestras concepciones y se ha tratado de explicar lo infinito por lo finito..." (27). Sostiene él, en cambio, que la sola deducción no puede bastar para crear el edificio de las Matemáticas, sino que es necesario, para tal fin, recurrir a intuiciones a priori. El tipo de estas intuiciones lo ofrece la inducción completa o razonamiento por recurrencia, cuya fórmula, en el dominio aritmético, es ésta: "Si una propiedad es cierta para el número 1, y si se establece que es cierta para n + 1 si lo es para *n*, será cierta para todos los números enteros" (28). "Esta regla, inaccesible a la demostración analítica y a la experiencia, es el verdadero tipo del juicio sintético a priori..." (29. Así, por este principio, de aplicación frecuentísima en análisis, y utilizado, aunque más raramente en Geometria (30), las matemáticas se apartan de la Lógica.

Si esto ocurre para la demostración, por mayores motivos, la sola deducción lógica será incapaz de suministrar proposiciones, es decir, de ser un instrumento de invención. Poincaré

(27) Poincaré: El Valor de la Ciencia, pág. 3.

(28) Poincaré: El Valor de la Ciencia, pág. 155

(29) La Science et l'hipothése.

(30) Precisamente, por el hecho de que las demostraciones por recurrencia son escasas en Geometría, esta ciencia es, puede decirse el baluarte de la Logística. Existe un tratado de Geometría hecho según los principios del método logístico: es la Rational Geometry de Halstad. Poincaré asegura que a pesar de todas las precauciones del autor, él ha hallado en la obra inducciones, es decir, elementos no analíticos. Un ejemplo de aplicación del principio de inducción lo ofrece la famosa demostración de Cauchy al teorema de Euler que relaciona el número de aristas, caras y vértices de un poliedro.

ridiculiza el sueño de la Logística asemejándolo a cierto *piano de razonar* ideado por Stanley Jevons... Basándose en su experiencia personal y en las observaciones formuladas por algunos eminentes matemáticos, concede a la intuición un papel predominante; y cree hallar su base en los dominios de la subconciencia, en el yo subliminal. De todas las posibilidades lógicas emanadas de un grupo de proposiciones básicas, algunas actúan en la conciencia, otras siguen desarrollándose en las capas más profundas del ser, aun cuando el trabajo consciente haya terminado. De pronto, una de esas combinaciones asoma en el campo de la conciencia, y es como una especie de iluminación: cierto sentimiento de armonía ha determinado esa elección orgánica, que es la verdadera base de la invención matemática... (31).

¿Cuál es, en cambio, la marcha que pretende seguir la Logística? ¿Cómo utiliza ese tablero de ajedrez constituído por las once proposiciones primitivas y las veinte o más nociones y definiciones? Desarrollar todas las posibilidades lógicas sería querer agotar lo infinito, y no habría mayor utilidad en ese inmenso repertorio de consecuencias. Hay verdades útiles, fecundas: ¿Cómo discernirlas y captarlas si no se quiere admitir la intuición? De hecho, esta aparece, porque es la esencia misma del pensamiento, y allí donde el logista creía haberla ahogado, brilla su luz y orienta tal o cual deducción...

A pesar de estas críticas el valor de la Logística es incontestable. "Es un hecho notorio que las Matemáticas modernas han tendido constantemente hacia el rigor deductivo de los razonamientos y a la pureza lógica de los conceptos. Para satisfacer estas necesidades nuevas del espíritu científico se necesitaba una Lógica cada vez más exacta y refinada. El instrumento indispensable de esta nueva lógica es la lógica simbólica inventada por Peano, practicada por toda una escuela de matemáticos y perfeccionada por Russell. Gracias a esta Logística todas las teorías matemáticas fueron sometidas a un análisis preciso y sutil, y reconstruídas lógicamente con un pequeño número de datos fundamentales (principios y nociones primeras") (32). En estas palabras de uno de los más eminentes

---

(31) Poincaré, "El Valor de la Ciencia". Cap. III.

(32) Couturat; op. cit.

logistas encontramos el aspecto más positivo, la verdadera utilidad extra lógica de esta tendencia; es decir, someter las teorías matemáticas a un análisis preciso y sutil.

Los conceptos de postulado, axioma, etc., las definiciones, sobre todo, han alcanzado un rigor lógico de que carecían. En el afán de combatir la intuición desaparecieron los aspectos inútiles de ésta, como, por ejemplo, las definiciones clásicas de la recta y el plano.

Además (y esto es importante), la Lógica formal ha alcanzado con el nombre de Logística un desarrollo que nadie puede negar. Afirmar, como se ha hecho, que la Lógica matemática es una renovación de la Escolástica (33) implica un elogio, no una censura, pues ésta fué utilísima en su época y aquélla está adaptada a la ciencia actual matemática, de la que es, sin duda, el instrumento más adecuado.

Pero de aquí, a afirmar que por este camino se conseguirá convertir toda la ciencia en una promoción de la Lógica, hay mucha distancia; y los que crean esto sentirán la amargura del Desencanto, cuando observen la fatigosa marcha de la Humanidad, alumbrada apenas por los escasos relámpagos de la Intuición...

ALFREDO FRANCESCHI.

---

(33) A. Rey, Logique.